

ECOLE POLYTECHNIQUE
X2002
ZIOUR RIAD

RAPPORT DE STAGE D'OPTION SCIENTIFIQUE

Conception d'une chaîne de transport magnétique pour atomes ultra-froids

NON CONFIDENTIEL

Option : Physique

Champ de l'option : PHY594 (Lasers, Optique quantique, Plasmas)

Responsable de l'option : François Hache

Directeur de stage : Jean Dalibard

Dates du stage : 11 avril 2005 - 7 juillet 2005

Adresse de l'organisme : Laboratoire Kastler Brossel

24 rue Lhomond

75231 PARIS 05

Résumé

Ce rapport présente un travail réalisé au sein du groupe *Atomes froids* du laboratoire Kastler-Brossel, sous la direction de Jean Dalibard et qui a porté sur la conception d'une chaîne de transport magnétique pour atomes ultra-froids qui doit être utilisée dans une future expérience de condensation de Bose-Einstein. La première partie résume les principales étapes expérimentales qui mènent à l'obtention d'un condensat de Bose et décrit les grandes lignes du futur dispositif expérimental. Dans la deuxième partie, je présente le principe du transport magnétique à l'aide d'une série de paires de bobines et un algorithme permettant de calculer les intensités à délivrer pour transporter les atomes, avant de proposer un schéma précis du futur montage. Enfin, dans la troisième partie, je m'intéresse à l'échauffement entraîné par le transport des atomes et détermine numériquement un temps total de transport raisonnable.

Abstract

In this report, I present a study carried out in the *Cold Atoms* group at the Kastler-Brossel laboratory, under the direction of Jean Dalibard and which focuses on the conception of a magnetic transport chain for ultra-cold atoms that is to be used in a new Bose-Einstein condensation experiment. The first part sums up the main steps of a typical condensation experiment and describes the new setup. In the second part, I present the principle of magnetic transport using a chain of quadrupole coils and an algorithm that computes the intensities needed for transferring the atoms as smoothly and adiabatically as possible. Finally, I study in the third part the heating caused by the transport of the atoms and determine a reasonable duration of transport.

Remerciements

Je remercie Jean Dalibard de m'avoir accueilli dans son équipe avec tant de gentillesse et d'attention. Je remercie également Sabine, Zoran et Baptiste pour leurs conseils et leur disponibilité, ainsi que Marc pour les discussions que nous avons eu et son étude de la bobine. Je n'oublie bien sûr pas nos voisins de mezzanine qui ont grandement contribué à rendre l'atmosphère de ce stage excellente. Un grand merci enfin à Fred pour toutes ses réponses à mes questions et pour son insondable culture physique dont il fait profiter tout le monde.

Table des matières

Introduction	5
1 Présentation générale du dispositif expérimental	7
1.1 Principales étapes expérimentales	7
1.1.1 Piégeage des atomes	7
1.1.2 Transport des atomes et piégeage magnétique	8
1.1.3 Refroidissement évaporatif	10
1.2 Dispositif expérimental actuel	10
1.2.1 Montage expérimental	10
1.2.2 Points à améliorer	11
1.3 Nouveau dispositif expérimental	11
2 Transport magnétique	13
2.1 Le transport magnétique : principe et objectifs	13
2.1.1 Etude du piège quadrupolaire	13
2.1.2 Principe du transport magnétique	15
2.1.3 Objectifs du transport magnétique et formalisation du problème	17
2.2 Algorithme de calcul des intensités	19
2.2.1 Description générale de l'algorithme	19
2.2.2 Vers des bobines plus réalistes	20
2.2.3 Début et fin du mouvement	21
2.3 Vers un projet de montage	25
3 Simulation Echauffement	27
3.1 Transport dans un piège harmonique	27
3.1.1 Cas d'un seul atome	27
3.1.2 Échauffement d'un nuage d'atomes	28
3.1.3 Simulation numérique	28
3.2 Transport dans un piège quadrupolaire	29
3.2.1 Atomes dans un piège quadrupolaire statique	29
3.2.2 Simulation de l'échauffement des atomes dans un piège quadrupolaire en mouvement	30

Conclusion	33
A Etude des bobines	35
A.1 Caractéristiques physiques	35
A.1.1 Description générale	35
A.1.2 Résistance et inductance	35
A.2 Mesure du champ créé par la bobine	36
Bibliographie	39

Introduction

En 1995, les premiers condensats de Bose-Einstein étaient obtenus dans les groupe d'E.A. Cornell et C.W. Wieman à Boulder [1] et de W. Ketterle à MIT [2]. Cette percée expérimentale a ouvert un vaste et actif champ de recherche : l'étude des gaz quantiques dégénérés et de leurs propriétés (modes collectifs, superfluidité, etc.). En l'espace de dix ans, les progrès réalisés ont été considérables, et ce qui était auparavant une prouesse expérimentale, à savoir réussir à obtenir un condensat, est devenu aujourd'hui la première étape d'expériences plus complexes. Les expériences actuelles ont ainsi besoin de pouvoir réaliser des condensats de façon rapide, fiable et si possible automatisée.

Mon stage, qui s'est déroulé d'Avril à Juillet 2005 dans le groupe *Atomes Froids* du laboratoire Kastler-Brossel, sous la direction de Jean Dalibard a porté sur la conception d'un nouveau montage permettant d'atteindre la condensation de Bose-Einstein du Rubidium 87. Le montage doit pouvoir produire facilement des condensats, et permettre de les étudier dans les meilleures conditions possibles (bonne durée de vie, bon accès optique, etc.). Dans le montage qui a été choisi, les atomes doivent être transportés magnétiquement d'une première enceinte où règne une vapeur de Rubidium à une enceinte au vide plus poussé. Le but de mon stage a consisté en la conception de la chaîne de bobines permettant ce transport magnétique, ainsi qu'en l'écriture d'un programme informatique calculant à chaque instant les intensités à délivrer dans les bobines pour garantir un transport des atomes aussi continu et adiabatique que possible. J'ai également participé au montage des diodes lasers qui serviront dans la future expérience ; j'ai ainsi travaillé sur leur asservissement en température et sur leur amplification à l'aide d'un MOPA (Master Oscillator Power Amplifier).

Ce rapport présente les résultats auxquels je suis parvenu durant ce stage et se concentre sur le transport magnétique. Dans la première partie, nous résumons les principales étapes expérimentales nécessaires à l'obtention d'un condensat, puis décrivons le montage expérimental actuellement utilisé dans l'équipe, avant de présenter les grandes lignes du futur montage. Dans la seconde partie, nous nous intéressons spécifiquement au transport magnétique : nous en présentons tout d'abord le principe, puis décrivons l'algorithme qui nous a permis de concevoir les bobines du futur montage ainsi que les intensités à délivrer dans les bobines. Enfin, dans la dernière partie, nous abordons la question du temps de transport et de l'échauffement des atomes consécutif au transport. Nous proposons finalement un temps de transport des atomes qui mène à un échauffement très faible des atomes tout en restant court devant la durée de vie des atomes dans le piège.

Chapitre 1

Présentation générale du dispositif expérimental

L'objectif de ce chapitre est de faire une présentation générale du dispositif expérimental sur lequel j'ai travaillé durant mon stage. Il ne s'agit pas ici de détailler le montage puisque les détails du dispositif n'étaient pas connus au début de mon stage et ne le sont toujours pas entièrement ; par contre, les lignes directrices du montage étant connues depuis longtemps, il est intéressant de les exposer afin d'avoir une idée générale de l'expérience.

Dans un premier temps, nous présentons les étapes typiques d'une expérience de condensation de Bose-Einstein, afin de préciser les contraintes expérimentales que doit remplir tout montage de ce type. Nous décrivons ensuite l'expérience actuelle de condensation, puis recensons quelques points du montage actuel qui pourraient être améliorés. Enfin, nous exposons les grandes lignes du futur montage, et les solutions qu'il apporte aux problèmes relevés dans l'expérience actuelle.

1.1 Principales étapes expérimentales

Une séquence expérimentale de condensation typique se déroule de la manière suivante : on utilise tout d'abord un piège magnéto-optique qui permet de piéger les atomes et de les refroidir, puis on transporte les atomes dans un piège magnétique avant de leur faire subir un refroidissement évaporatif qui permet d'atteindre la condensation de Bose.

1.1.1 Piégeage des atomes

La première étape de la séquence expérimentale qui mène à la condensation de Bose-Einstein est le piégeage des atomes dans un piège magnéto-optique (PMO). On peut rappeler ici quelques notions élémentaires permettant de comprendre le fonctionnement d'un tel piège, qui utilise à la fois la force que peut exercer la lumière sur les atomes et un champ magnétique.

Force de pression de radiation et refroidissement doppler

Supposons que l'on éclaire un atome avec une onde de fréquence proche de celle d'une transition atomique. L'atome est alors soumis à une force de pression de radiation dans la direction de propagation de l'onde.

Éclairons maintenant l'atome avec deux ondes contre-propageantes de vecteur d'onde $\pm\mathbf{k}$, désaccordées vers le rouge de la transition atomique et supposons que l'atome a une vitesse \mathbf{v} ; il voit alors les ondes avec des fréquences décalées par effet Doppler de $\pm\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}$. Pour l'atome, l'onde qui se propage dans la direction opposée à sa vitesse a une fréquence qui se rapproche de la fréquence de transition atomique et la force de pression de radiation qu'elle crée est donc plus importante que celle de l'autre onde. L'atome est ainsi soumis à une force opposée à son mouvement. Dans le régime des faibles vitesses et des faibles intensités lumineuses, la force résultante prend la forme très simple d'une force visqueuse [3]:

$$\mathbf{F}_{\text{rad}} = -\gamma\mathbf{v}. \quad (1.1)$$

Si l'on éclaire l'atome avec de tels lasers dans les six directions, l'atome est alors pris dans une *mélasse optique*.

Ce dispositif permet de ralentir très fortement les atomes et ainsi de les refroidir, d'où son nom de *refroidissement Doppler*. Cependant, il ne permet pas de piéger les atomes : il faut pour cela que la force à laquelle sont soumis les atomes dépende de la position.

Principe du piège magnéto-optique

Pour créer une force de rappel et pouvoir ainsi piéger les atomes par pression de radiation, on utilise l'effet Zeeman dans un champ magnétique inhomogène, et on éclaire les atomes avec des ondes polarisées (FIG. 1.1).

Plus précisément, on place l'atome au voisinage du centre d'un piège quadrupolaire créé par une paire de bobines en configuration anti-Helmholtz¹ et l'on éclaire l'atome avec des ondes contre-propageantes de polarisations opposées. L'atome subit alors une force de rappel vers le centre. En effet, si par exemple l'atome s'éloigne du centre du piège vers la droite, le champ magnétique lève la dégénérescence des sous-niveaux Zeeman, et l'absorption de l'onde venant de la droite est favorisée ; l'atome subit donc une force résultante vers la gauche qui le ramène vers le centre.

Dans le cas des expériences qui nous intéressent, on utilise un PMO pour piéger un nuage d'environ 10^9 atomes à partir d'une vapeur de Rubidium.

1.1.2 Transport des atomes et piégeage magnétique

Transport des atomes

Une fois les atomes piégés, il faut les transporter dans une autre enceinte au vide plus poussé. La deuxième étape est donc de transporter les atomes sur une distance importante (plusieurs

1. Nous reviendrons plus longuement sur les bobines quadrupolaires par la suite.

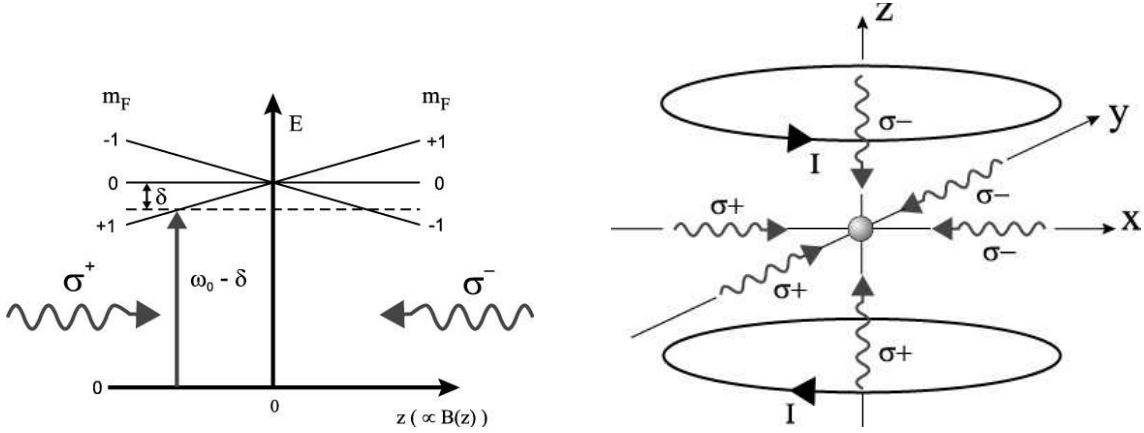


FIG. 1.1 – Piège magnéto-optique (PMO) : (a) Principe du confinement pour le cas d'une transition $J = 0 \rightarrow J' = 1$ à une dimension. (b) Configuration à trois dimensions. Le champ quadrupolaire est créé par deux bobines anti-Helmholtz.

dizaines de centimètres). Nous reviendrons plus loin sur les différentes méthodes de transport possibles.

Piégeage magnétique

Une fois les atomes dans une région au vide poussé, il faut de nouveau les piéger. S'ils sont suffisamment froids, ils sont piégés dans un piège magnétique ; s'ils sont encore trop énergétiques pour être directement piégés magnétiquement, les atomes sont d'abord refroidis (par un PMO par exemple), avant d'être placés dans un piège magnétique.

Le principe du piège magnétique est assez simple. Si un atome de spin $1/2$ et de moment magnétique μ est plongé dans un champ $\mathbf{B}(\mathbf{r})$, son hamiltonien d'interaction avec le champ magnétique s'écrit :

$$\hat{H} = -\mu \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}) \quad (1.2)$$

Les états propres de cet hamiltonien, que nous noterons $|\uparrow\rangle_{\mathbf{r}}$ et $|\downarrow\rangle_{\mathbf{r}}$, correspondent aux états où le moment magnétique est parallèle et anti-parallèle au champ magnétique, et dépendent donc de la position. Si l'atome est constamment dans l'état $|\downarrow\rangle_{\mathbf{r}}$, son énergie est $E_{\downarrow} = \mu \cdot B$ et il est donc attiré par les minima du champ. Or il est très facile de créer une configuration du champ magnétique avec un minimum, en utilisant par exemple un piège quadrupolaire ; si l'atome reste dans l'état anti-parallèle au champ, il peut donc être piégé.

Pour que l'atome puisse rester dans l'état piégeant, il faut que son état interne puisse suivre adiabatiquement la position du champ magnétique. Si l'atome est au point \mathbf{r} avec une vitesse v , cette condition est réalisée quand la fréquence de Larmor $\mu B/\hbar$ est grande devant le taux de variation de la direction du champ v/r [8]. Dans le cas inverse, il peut se produire une transition vers un état non piégé, dite de *Majonara*. Si $B = 0$, cette condition ne peut être vérifiée : si un

atome passe par un zéro du champ magnétique, il n'est plus piégé, quelle que soit sa vitesse. Dans le cas d'un nuage thermique (c'est-à-dire non condensé), la probabilité pour un atome de passer au centre du piège où $B = 0$ est quasiment nulle et les pertes occasionnées sont négligeables ; ce n'est plus le cas lorsque les atomes sont condensés puisqu'ils sont alors concentrés au voisinage du centre du piège. Pour éviter des pertes trop importantes, il faut alors veiller à créer un champ magnétique qui ne s'annule pas².

Dans le cas du transport magnétique qui va nous intéresser plus loin, les fréquences typiques d'oscillations des atomes dans le piège sont de l'ordre de $f_{\text{piège}} \approx 10^2$ Hz (cf. § 3.2.1) tandis que la fréquence de Larmor est de l'ordre de $f_{\text{Larmor}} \approx 50 \times 10^6$ Hz (pour un atome à 1 mm du centre du piège avec un gradient de 50 G/cm). L'approximation adiabatique est donc tout à fait justifiée.

1.1.3 Refroidissement évaporatif

La dernière étape qui permet d'atteindre la condensation de Bose-Einstein consiste en un refroidissement évaporatif radio-fréquence. Ce refroidissement consiste à faire basculer dans un état anti-piégeant les atomes les plus énergétiques grâce à un couteau radio-fréquence ; les atomes restant rethermalisent alors à une température plus basse. On peut alors atteindre la condensation de Bose-Einstein.

1.2 Dispositif expérimental actuel

Le dispositif expérimental actuellement utilisé a été monté en 1997 et a donné depuis de nombreux résultats ([4],[5]). Cependant, le dispositif souffre de quelques points négatifs que l'on désire améliorer dans la future expérience.

Dans cette partie, nous présentons rapidement les grandes lignes de l'expérience actuelle, avant d'en dégager les principaux défauts que l'on souhaiterait corriger dans le nouveau montage.

1.2.1 Montage expérimental

Le dispositif actuel est constitué de deux PMO, relié par un tube de 80cm (FIG. 1.2). Les atomes sont tout d'abord piégés dans le premier PMO, situé dans la cellule du haut, où la pression de Rubidium est importante (10^{-8} mbar), afin de favoriser le remplissage du PMO. Quand le piège est chargé, les atomes sont déplacés dans la cellule inférieure grâce à un *faisceau pousseur*. Les atomes sont alors piégés dans le deuxième PMO, qui est dans une enceinte au vide beaucoup plus poussé (10^{-11} mbar), nécessaire pour avoir une durée de vie du piège suffisante. Une fois les atomes dans le second PMO, on les transfère vers le piège magnétique. Pour cela, on coupe le champ magnétique du PMO afin d'abaisser la température du nuage grâce à une mélasse optique, puis on allume le piège magnétique dans lequel a lieu l'évaporation. A la fin de l'évaporation, on

2. Les pièges les plus utilisés qui permettent d'éviter les zéros du champ sont le piège dit de Ioffe-Pritchard et le piège TOP (Time-averaged, Orbiting Potential)[8].

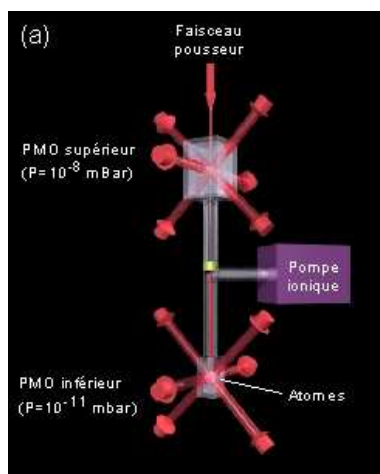


FIG. 1.2 – *Dispositif expérimental actuel*: les atomes sont d'abord piégés dans le PMO supérieur, puis transportés dans le PMO inférieur par un faisceau pousseur. Ils sont alors transférés dans un piège magnétique et refroidis par évaporation.

sonde le nuage d'atomes condensés grâce à des faisceaux imageurs résonnants dont on mesure l'absorption.

1.2.2 Points à améliorer

On peut recenser quelques points à améliorer dans le dispositif actuel :

- l'accès optique au niveau de la cellule finale n'est pas optimal. En effet, l'accès est encombré par les lasers du PMO ainsi que par le faisceau pousseur. Bien qu'il soit possible de faire passer plusieurs faisceaux par le même endroit (en utilisant un cube diélectrique, par exemple), il est préférable de minimiser le nombre d'instruments optiques à traverser, et donc d'avoir l'accès optique le plus large possible,
- la cellule est actuellement au milieu de nombreuses bobines, qui gênent elles aussi l'accès optique à la cellule. Il serait donc intéressant d'avoir des bobines plus éloignées de la cellule et plus robustes,
- le dispositif utilise de nombreux lasers (3 maîtres et 3 esclaves) : il serait plus pratique d'utiliser moins de lasers, mais capables de délivrer plus de puissance.

1.3 Nouveau dispositif expérimental

Le nouveau montage essaye de corriger les quelques défauts que nous avons mis en évidence ci-dessus, et particulièrement d'améliorer l'accès optique de la cellule. Pour cela, on n'utilise pas de PMO dans le second piège, ni de faisceau pousseur.

Le montage est inspiré d'un dispositif expérimental monté dans l'équipe d'Immanuel Bloch [6]. L'idée principale est de transporter les atomes magnétiquement du premier PMO vers un

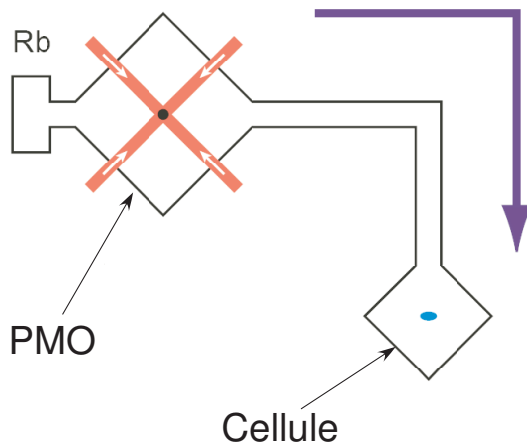


FIG. 1.3 – *Nouveau dispositif expérimental*: les atomes sont d'abord piégés dans un PMO, puis transportés magnétiquement vers la cellule. Durant le transport, les atomes font un coude afin d'avoir le meilleur accès optique possible (illustration tirée de [7]).

deuxième piège, magnétique, situé dans une enceinte ultra-vide, où a lieu l'évaporation (FIG. 1.3). De plus, durant le transport magnétique, les atomes font un coude, de façon à libérer le plus possible l'accès optique le long de la direction de transport des atomes. Ainsi, puisqu'il n'y a pas besoin de lasers pour le deuxième piège, l'accès optique est optimal dans la cellule finale.

Enfin, le nombre de lasers sera minimisé puisque seulement deux lasers seront nécessaires. En effet, en plus du repompeur, un seul laser, amplifié grâce à un MOPA, suffira pour les différents besoins de la manipulation.

Durant mon stage, j'ai principalement travaillé sur le transport magnétique des atomes du premier piège au piège magnétique final ; j'ai d'autre part participé au montage des diodes laser qui serviront au futur dispositif, à leur système d'asservissement en température ainsi qu'à la réalisation d'un système d'amplification des lasers à l'aide d'un MOPA (Master Oscillator Power Amplifier).

Chapitre 2

Transport magnétique

Comme nous l'avons évoqué plus haut, on peut piéger des atomes neutres avec un piège magnétique. En utilisant plusieurs pièges quadrupolaires se chevauchant partiellement, nous verrons que l'on peut transporter magnétiquement et adiabatiquement les atomes. Après avoir présenté tout d'abord le principe du transport magnétique, nous détaillerons ensuite l'algorithme que nous avons utilisés pour concevoir notre chaîne de transport magnétique. Enfin, nous présenterons les résultats auxquels nous sommes arrivés et proposerons un montage possible pour la future expérience.

2.1 Le transport magnétique : principe et objectifs

Il s'agit ici de comprendre comment on peut transporter des atomes magnétiquement, puis d'essayer de formaliser le problème. Mais avant cela, il est utile d'étudier rapidement les caractéristiques du piège quadrupolaire.

2.1.1 Etude du piège quadrupolaire

Un piège quadrupolaire est créé par une paire de bobines en position anti-Helmholtz, c'est à dire parcourue par des courants opposés (FIG. 2.1). La première zone à étudier est le voisinage du centre du piège, puisque c'est là que sont piégés les atomes.

Etude au voisinage du centre

Tout d'abord, rappelons la formule du champ créé par une spire de rayon R , d'axe \mathbf{z} et parcourue par un courant I en un point d'abscisse z de l'axe :

$$\mathbf{B}(z) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{(2\pi I)R^2}{(R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \mathbf{e}_z \quad (2.1)$$

Si on considère ensuite deux bobines en position anti-Helmholtz, et parcourues par des courants opposés, on voit tout de suite que le champ est nul au centre du piège (point de l'axe de cote 0).

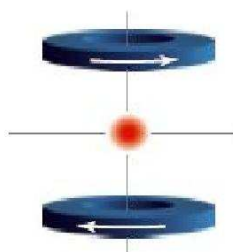


FIG. 2.1 – Bobines en configuration anti-Helmholtz. (illustration tirée de [7])

Intéressons-nous maintenant au gradient au centre. A priori, le gradient est caractérisé par la matrice 3×3 :

$$\mathbf{grad}(\mathbf{B}) = \begin{pmatrix} \frac{\partial B_x}{\partial x} & \frac{\partial B_x}{\partial y} & \frac{\partial B_x}{\partial z} \\ \frac{\partial B_y}{\partial x} & \frac{\partial B_y}{\partial y} & \frac{\partial B_y}{\partial z} \\ \frac{\partial B_z}{\partial x} & \frac{\partial B_z}{\partial y} & \frac{\partial B_z}{\partial z} \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

Pour des raisons de symétrie, on a $\frac{\partial B_y}{\partial x} = \frac{\partial B_x}{\partial y} = 0$ et $\frac{\partial B_z}{\partial x} = \frac{\partial B_z}{\partial y} = 0$. En utilisant ensuite les équations de Maxwell, on déduit $\frac{\partial B_x}{\partial z} = \frac{\partial B_y}{\partial z} = 0$ et $\frac{\partial B_z}{\partial z} = -\frac{\partial B_x}{\partial x} - \frac{\partial B_y}{\partial y}$. On a donc finalement une matrice de gradient diagonale :

$$\mathbf{grad}(\mathbf{B}) = \begin{pmatrix} b_x & 0 & 0 \\ 0 & b_y & 0 \\ 0 & 0 & b_z \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

si l'on pose $b_x = \frac{\partial B_x}{\partial x}$, $b_y = \frac{\partial B_y}{\partial y}$ et $b_z = \frac{\partial B_z}{\partial z} = -b_x - b_y$.

On en déduit immédiatement le champ magnétique au voisinage de l'axe :

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} b_x x \\ b_y y \\ b_z z \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

Enfin, il est clair que dans le cas d'un piège quadrupolaire créé par deux bobines anti-Helmholtz circulaires, $b_x = b_y$ et $b_z = -2b_x$. Cependant, il est possible de créer un piège quadrupolaire où ces relations ne sont pas vérifiées. Pour cela, on utilise plusieurs bobines.

Utilisation de plusieurs bobines

Plaçons maintenant deux paires de bobines comme sur la figure 2.2, et alimentons-les avec le même courant. On peut tracer le module du champ le long de l'axe y : on voit sur la figure 2.2

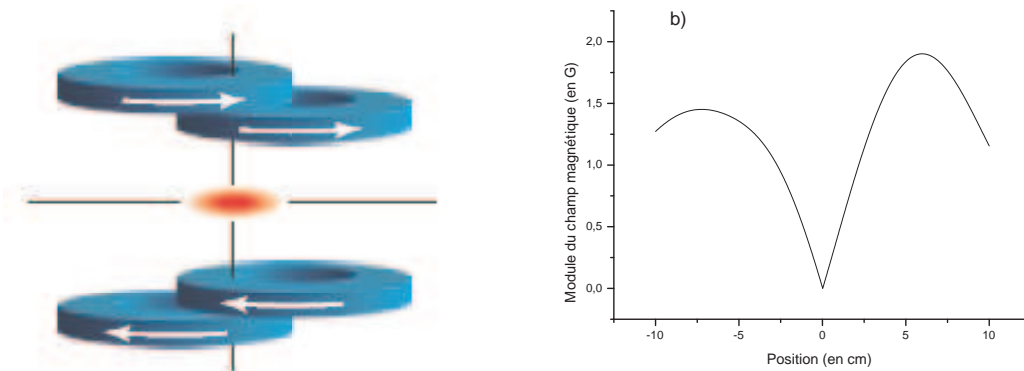


FIG. 2.2 – (a) Bobines en position quadrupolaires se chevauchant (illustration tirée de [7]). (b) Module du champ créé par deux paires de bobines en position anti-Helmholtz se chevauchant partiellement et parcourues par le même courant d'intensité $I = 1A$. Le champ s'annule au milieu des deux bobines.

(b) que le champ s'annule en un point. En ce point, on peut faire un raisonnement similaire à celui fait au paragraphe précédent ; on montre alors que le gradient a la même forme que dans la relation (2.3) et donc que le champ suit lui aussi la relation (2.4), mais cette fois-ci, avec $b_x \neq b_y$. On peut donc créer un piège quadrupolaire anisotrope, dont le centre est situé entre les deux bobines.

A ce stade, on peut introduire une grandeur qui sera très utile par la suite : le *rapport d'aspect*, que nous noterons A , et qui mesure l'anisotropie du piège :

$$A = \frac{\frac{\partial B_x}{\partial x}}{\frac{\partial B_y}{\partial y}} = \frac{b_x}{b_y} \quad (2.5)$$

où y désignera toujours la direction de transport, et x la direction transverse.

Maintenant que nous avons caractérisé le champ au voisinage du centre d'un piège quadrupolaire, nous pouvons nous intéresser au transport des atomes proprement dit.

2.1.2 Principe du transport magnétique

Utilisation de deux bobines

Le principe du transport magnétique est assez simple. Considérons de nouveau les deux paires de bobines de la figure 2.2, et partons de la situation où seule la paire de bobines 1 est allumée (FIG. 2.3, a). Le centre du piège magnétique est alors confondu avec le centre de la paire 1. Augmentons alors le courant dans la paire de bobines numéro 2. Le centre du piège magnétique se déplace progressivement, jusqu'à se trouver à peu près au milieu des deux bobines (FIG. 2.3, b). Enfin, diminuons le courant dans la première paire de bobines : le centre du piège magnétique se déplace alors jusqu'à être au centre de la deuxième paire de bobines (FIG. 2.3, c). Le centre

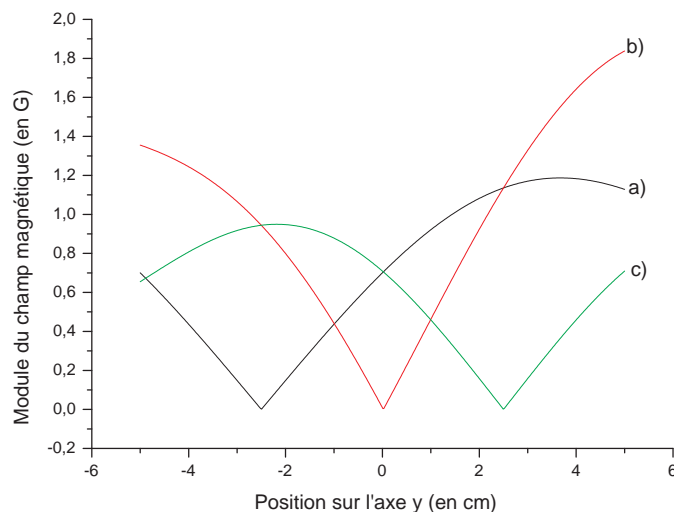


FIG. 2.3 – Module du champ créé par deux paires de bobines en position anti-Helmholtz qui se chevauchent lorsque : a) seule la première paire est allumée, b) les deux paires sont parcourues par la même intensité, c) seule la deuxième paire est allumée.

du piège magnétique s'est donc bien déplacé.

On peut se demander si cette méthode garantit bien un déplacement du centre du piège qui soit continu. Si les bobines se chevauchent assez (typiquement à moitié), la réponse est oui. Dans le cas contraire (par exemple si les bobines sont côte à côte), il n'est pas possible d'effectuer le déplacement avec des variations continues d'intensités. C'est pourquoi dans la suite, sauf mention contraire, nous ferons se chevaucher à moitié les bobines (c'est-à-dire que le bord d'une bobine coïncide avec le centre de l'autre (cf. FIG. 2.1), et nous appellerons cette configuration *configuration optimale*).

Le problème de la méthode que l'on vient d'exposer est que le rapport d'aspect A n'est pas constant au cours du transport. En effet, au début et à la fin, $A = 1$ du fait de la symétrie du piège, mais $A > 1$ au milieu ($A = 1.22$, dans le cas présenté). Lorsque le rapport d'aspect varie, le piège est comprimé, ce qui peut mener à l'échauffement des atomes. Or le transport magnétique doit être le plus adiabatique possible. Des variations fréquentes de rapport d'aspect ne sont donc pas souhaitables.

Utilisation de trois bobines

Pour éviter ces variations de géométrie du piège, on peut utiliser trois bobines plutôt que deux. Pour comprendre pourquoi utiliser trois bobines peut être préférable, considérons trois paires de bobines disposées comme sur la figure 2.4. Au début, les deux premières paires sont parcourues par le même courant. Le centre du piège magnétique est donc à peu près au milieu

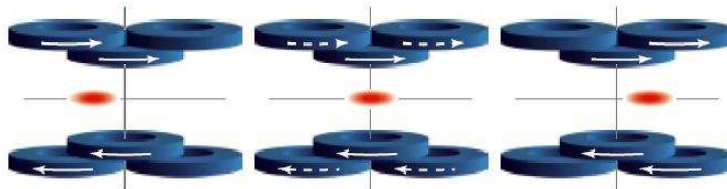


FIG. 2.4 – *Transport magnétique avec trois bobines (illustration tirée de [7]).*

des deux paires et le piège est allongé. On diminue ensuite l'intensité dans la première paire tout en augmentant celle dans la troisième. A la fin, le centre du piège magnétique s'est déplacé, et en jouant sur les intensités parcourant les trois bobines, il est possible de garder un rapport d'aspect constant. La situation finale est de plus équivalente à la situation initiale : on peut donc facilement poursuivre le transport en ajoutant d'autres bobines.

Il s'agit maintenant de formaliser cette méthode de transport : quels objectifs le transport magnétique doit-il atteindre ? Comment déterminer la géométrie du dispositif et les intensités qui doivent parcourir les bobines pour atteindre ces objectifs ?

2.1.3 Objectifs du transport magnétique et formalisation du problème

Pour arriver à concevoir la chaîne de paires de bobines nécessaire au transport magnétique, il s'agit dans un premier temps de fixer clairement les objectifs que celui-ci doit atteindre, puis de formaliser le problème en termes mathématiques.

Cahier des charges

L'objectif est de transporter le nuage d'atome d'un endroit à un autre¹, le plus adiabatique-ment possible. Pour arriver à cela, il semble naturel de vouloir contrôler à chaque instant :

- la position du centre du piège, c'est-à-dire son abscisse selon la direction de transport, que nous appellerons $Y_{consigne}(t)$.
- les gradients selon les trois axes, ou d'une manière équivalente b_z $consigne(t)$ et le rapport d'aspect $A_{consigne}(t)$.

Il s'agira ensuite d'optimiser ces différentes consignes pour minimiser l'échauffement du nuage d'atomes au cours du transport².

1. Du PMO au piège magnétique final, dans le cas qui nous préoccupe

2. Cette étape fera l'objet du prochain chapitre.

Formalisation du problème

Les objectifs étant maintenant exposés, il s'agit de savoir s'il est possible de les atteindre, si oui comment, et sinon, comment s'en approcher au mieux. La première question à résoudre est de savoir s'il existe une solution exacte au problème, ou s'il faut construire un algorithme d'optimisation. En fait, sachant que les champs selon x et z sont nuls sur l'axe, on peut s'apercevoir que satisfaire aux contraintes énoncées ci-dessus revient à chaque instant à résoudre le système :

$$\begin{cases} B_y(Y_{consigne}(t)) = 0 \\ b_z(Y_{consigne}(t)) = b_z \text{ consigne}(t) \\ A(t) = A_{consigne}(t) \end{cases} \quad (2.6)$$

C'est un système de trois équations ; pour pouvoir le résoudre, il nous faut donc trois paramètres libres. En utilisant trois bobines à chaque instant, on peut jouer sur les trois intensités qui les parcourent, et ainsi atteindre exactement la consigne. On voit également que deux bobines seulement ne peuvent suffire à assurer le contrôle de tous les paramètres. Une restriction importante doit encore être prise en compte : pour des raisons technologiques, les intensités qui parcourent les bobines doivent toujours être positives.

Considérons donc trois paires de bobines, que nous nommerons 0,1 et 2, et posons $B_y^{(0)}$, $B_y^{(1)}$, $B_y^{(2)}$ les champs magnétiques qui sont créés au point

$$\begin{pmatrix} x = 0 \\ y = Y_{consigne}(t) \\ z = 0 \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

par ces paires de bobines lorsqu'elles sont parcourues par une intensité $I = 1A$. Posons de même $b_x^{(0)}$, $b_x^{(1)}$, $b_x^{(2)}$ et $b_y^{(0)}$, $b_y^{(1)}$, $b_y^{(2)}$ les gradients créés au même point par le même courant. On peut alors écrire le système que doivent satisfaire les intensités I_0 , I_1 , I_2 à chaque instant :

$$\boxed{\begin{cases} B_y^{(0)}I_0 + B_y^{(1)}I_1 + B_y^{(2)}I_2 = 0 \\ (b_x^{(0)} + b_y^{(0)})I_0 + (b_x^{(1)} + b_y^{(1)})I_1 + (b_x^{(2)} + b_y^{(2)})I_2 = -b_z \text{ consigne}(t) \\ (b_x^{(0)} - A_{consigne}b_y^{(0)})I_0 + (b_x^{(1)} - A_{consigne}b_y^{(1)})I_1 + (b_x^{(2)} - A_{consigne}b_y^{(2)})I_2 = 0 \\ \text{Avec : } I_0, I_1, I_2 \geq 0 \end{cases}} \quad (2.8)$$

Le problème est maintenant bien posé : nous pouvons dès lors présenter l'algorithme que nous avons utilisé pour calculer les champs créés par les bobines et calculer les intensités à délivrer pour satisfaire à la consigne.

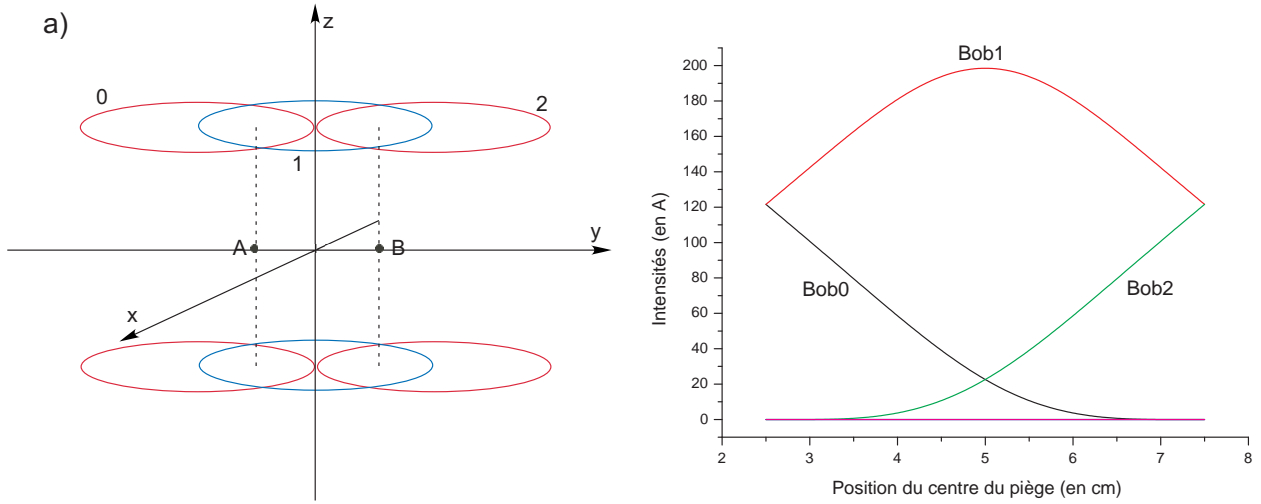


FIG. 2.5 – a) Trois paires de bobines modélisées par des spires infiniment fines. Les bobines peuvent ainsi être disposées dans le même plan. b) Intensités qui doivent parcourir les bobines pour transporter les atomes du point A au point B.

2.2 Algorithme de calcul des intensités

A partir du système 2.8, il est facile de concevoir un algorithme général qui calcule les intensités qui doivent parcourir les bobines. Nous présenterons dans un premier temps les étapes principales d'un tel algorithme. Nous verrons ensuite quelques détails plus techniques, indispensables à une utilisation pratique du programme.

2.2.1 Description générale de l'algorithme

Pour comprendre le fonctionnement de l'algorithme, commençons par simplifier dans un premier temps le problème avant d'introduire des paramètres plus réalistes³.

Étape élémentaire : utilisation de trois paires de bobines

Modélisons chaque bobine par une spire unique infiniment fine, et disposons les bobines comme sur la figure 2.5 a).

Les bobines sont placées de façon à se recouvrir de moitié⁴. On désire transporter les atomes du point A (milieu des bobines 0 et 1) au point B (milieu des bobines 1 et 2) (ceci fixe $Y_{consigne}(t)$). Une fois en B, la situation sera identique à la situation initiale, et le transport pourra être poursuivi. Pour placer les atomes au point A, il suffit d'appliquer aux paires de bobines 0 et 1 les mêmes intensités : $I_0 = I_1$. On peut alors calculer le rapport d'aspect A , que l'on va vouloir conserver au cours du transport. Il suffit ensuite de fixer un $b_z_{consigne}(t)$. La consigne étant fixé,

3. C'est précisément la démarche que nous avons suivi au cours de notre travail.

4. Nous discuterons plus loin la possibilité de séparer davantage les bobines.

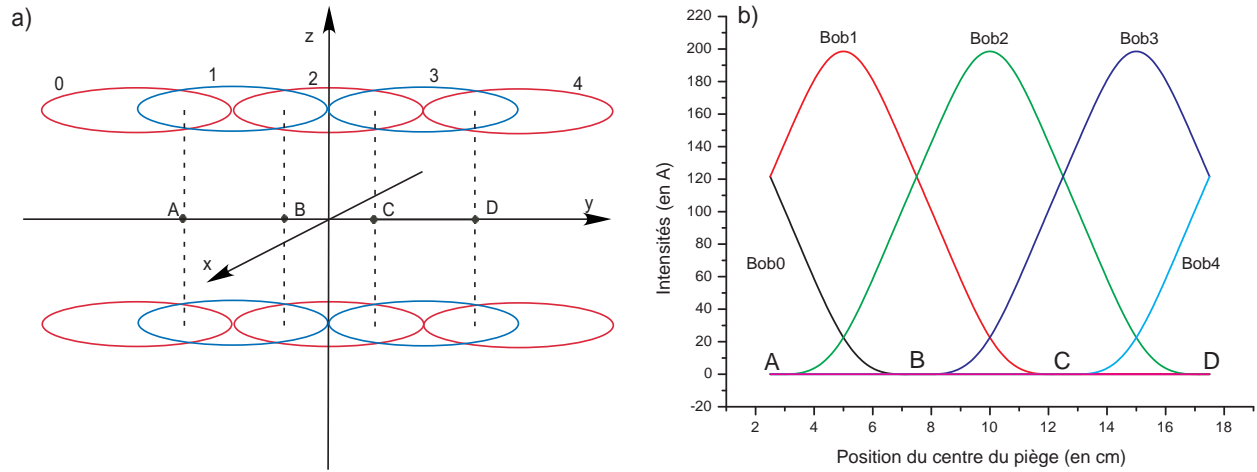


FIG. 2.6 – a) Chaîne de cinq paires de bobines modélisées par des spires infiniment fines. b) Intensités qui doivent parcourir les bobines pour transporter les atomes du point A au point D.

on peut calculer les intensités. Pour cela, on discrétise le temps, et à chaque pas de temps :

- on calcule les champs et les gradients créés par les trois bobines au centre du piège pour $I_0 = I_1 = I_2 = 1$ A,
- on résout le système (2.8),
- on stocke les valeurs des intensités.

La figure 2.5 b) présente le résultat obtenu.

Généralisation : construction d'une chaîne de bobines

Il s'agit maintenant de poursuivre le déplacement. Pour cela, on utilise une chaîne de bobines disposées comme sur la figure 2.6 a). On effectue tout d'abord le déplacement du point A au point B en reprenant les intensités obtenues au paragraphe précédent, puis une fois en B, on cesse d'utiliser la bobine 0 qui est trop éloignée pour la remplacer par la bobine 3 (nous appellerons désormais cette opération *la permutation des paires de bobines*)⁵. La résolution du système (2.8) est alors identique à ce qui a déjà été fait. Les résultats sont présentés sur la figure 2.6 b).

Nous avons donc un algorithme qui permet d'atteindre les objectifs fixés dans le cas de bobines idéalisées. Comment rendre compte à présent de la géométrie réelle des bobines?

2.2.2 Vers des bobines plus réalistes

Le but de notre programme est *in fine* de tenir compte le plus précisément possible de la réalité, tout en faisant les approximations nécessaires à un calcul numérique raisonnable. Dans notre cas, nous avons ainsi considéré les fils constituant nos bobines comme infiniment fins, et les bobines comme exemptes de défauts. A part ces approximations, nous avons essayé de prendre en

5. Remarquons dès à présent que la permutation des paires de bobines 0 et 3 a exactement lieu lorsque l'intensité I_0 s'annule.

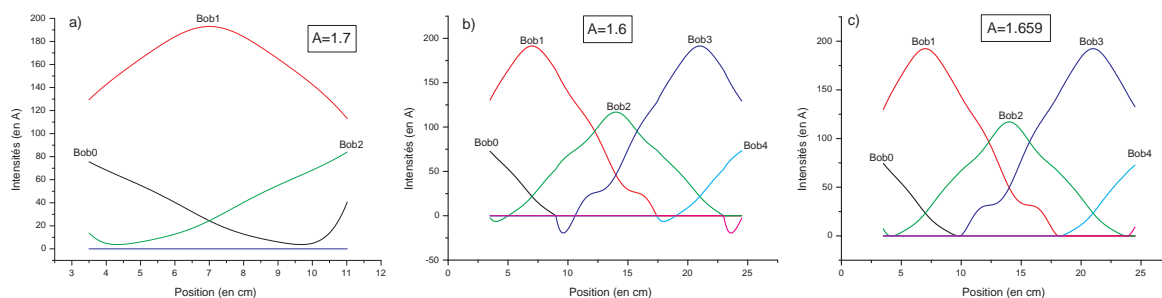


FIG. 2.7 – Intensités qui doivent parcourir les bobines pour différents rapports d’aspect.

compte la géométrie des bobines, en calculant le champ créé par chaque spire en tenant compte de sa position.

En quoi cette prise en compte plus précise de la géométrie des bobines influe-t-elle sur l’algorithme déjà proposé? La principale différence réside dans la brisure de symétrie entre les bobines du haut et celles du bas due à l’épaisseur verticale des bobines. Du fait de cette dissymétrie, il devient impossible de savoir a priori où doit avoir lieu la permutation des paires de bobines puisque le *milieu* des paires de bobines n’est plus un point de symétrie. Il nous a semblé que le plus naturel était alors de permuter quand l’intensité de la paire de bobines la plus éloignée du centre du piège s’annulait : la permutation n’a alors pas d’incidence immédiate et les différentes courbes d’intensités sont continues⁶. Cependant, cette méthode n’est possible que si l’intensité de la paire de bobines la plus éloignée s’annule bien, ce qui n’est pas toujours le cas. En fait, nous nous sommes rendus compte que l’existence de tels points intéressants pour la permutation des bobines dépendait du rapport d’aspect demandé $A_{consigne}(t)$. En effet, pour un rapport d’aspect trop faible, l’intensité de la paire de bobines la plus éloignée ne s’annule pas (FIG. 2.7 a) : il n’est pas possible de permuter les pièges sans perturber le système. Au contraire, pour un rapport d’aspect trop important, l’intensité de la paire de bobine la plus éloignée s’annule bien, mais les intensités dans les autres bobines deviennent négatives (FIG. 2.7 b). Enfin, il existe une valeur de $A_{consigne}(t)$ critique, qui permet de permuter les bobines continûment tout en permettant d’avoir des intensités positives dans les autres bobines (FIG. 2.7 c). Ce rapport d’aspect *idéal* dépend de la géométrie du dispositif (tailles des bobines, écartement entre bobines, etc.) et doit être déterminé pour chaque géométrie.

Notre programme peut maintenant calculer les intensités pour déplacer le centre du piège magnétique sur des grandes distances. Cependant, nous ne nous sommes pas encore préoccupés ni du commencement ni de la fin du déplacement.

2.2.3 Début et fin du mouvement

Nous avons jusqu’à présent supposé que le centre du piège magnétique était environné de trois paires de bobines, ce qui permettait de suivre parfaitement la consigne. Malheureusement, dans la pratique, ce n’est pas toujours le cas, notamment au niveau du PMO (début du transport)

6. Les dérivées des intensités peuvent par contre connaître une discontinuité.

et de la cellule finale (fin du transport). En effet, en ces points, seules deux paires de bobines peuvent être utilisées. Comme nous l'avons déjà précisé, il n'est alors pas possible de suivre parfaitement la consigne : on ne peut contrôler que deux paramètres sur trois. Dans notre cas, nous avons choisi de maîtriser la position du centre du piège et le gradient b_z *consigne*(t).

L'autre difficulté des phases de départ et d'arrivée est liée à l'inévitable variation du rapport d'aspect qui se produit. Considérons par exemple la phase de départ : au début le piège est créé par les bobines du PMO : le rapport d'aspect vaut $A = 1$. Après quelques centimètres de déplacement, le *régime de croisière* est atteint avec un rapport d'aspect $A > 1$. Il faut donc décider de la variation de A en fonction de la position. Dans notre programme, nous faisons varier b_x *consigne*(t) et b_y *consigne*(t) linéairement avec la position⁷.

Fin du mouvement

Étudions tout d'abord l'arrivée des atomes dans la cellule finale⁸(FIG. 2.8 a). Pour cela, considérons une chaîne de cinq bobines numérotées de 0 à 4. La phase d'arrivée débute lorsque la bobine numéro 2 s'éteint : il faut alors déplacer le centre du point correspondant milieu de la bobine 4 avec seulement deux paires de bobines. La figure 2.8 (b) montre les intensités nécessaires. D'autre part, les gradients b_x et b_y , ainsi que le rapport d'aspect ne sont pas contrôlés ; pour mettre en évidence cela, on les compare aux gradients et rapport d'aspect que l'on pourrait obtenir si l'on utilisait une cinquième paire de bobines (gradients et rapport d'aspect de consigne) durant la phase finale (FIG. 2.8 (c) et (d)).

On voit que le rapport d'aspect que l'on obtient avec deux bobines en position optimale n'est pas très éloigné de la consigne⁹. Cependant, en pratique, on souhaite que les deux dernière bobines ne se chevauchent pas à moitié afin de pouvoir laisser un faisceau laser au centre de la bobine finale (cf FIG. 2.9 (a)). Dans quelle mesure cela peut-il affecter les résultats que nous venons d'obtenir ? La figure 2.9 (b) et (c) montre clairement que l'écartement des deux dernières bobines augmente de façon importante l'erreur sur le rapport d'aspect. On peut alors chercher à tracer la valeur maximale du rapport d'aspect en fonction de la séparation des deux dernières bobines. On voit que le rapport d'aspect diverge (FIG. 2.9 d) : il n'est alors plus possible de transporter les atomes adiabatiquement.

Pour conclure, on peut dire qu'il est possible d'écarter un petit peu les deux dernières bobines (d'un centimètre par exemple, ce qui peut suffire pour la cellule finale), mais que cette séparation peut rapidement jouer un rôle désastreux sur le contrôle que l'on peut avoir sur les atomes. Se pose alors le problème du début du transport : pour les mêmes raisons, la position des premières bobines ne devrait pas trop s'éloigner de la configuration optimale où elles se recouvrent à moitié. Malheureusement, cette configuration semble impossible à réaliser.

7. Ce choix est assez arbitraire : on aurait très bien pu faire varier le rapport d'aspect linéairement, par exemple. En fait, en pratique, ce sera l'échauffement des atomes entraîné par les différentes méthodes qui permettra de choisir.

8. Cela peut paraître paradoxal de commencer par la fin, mais l'arrivée étant plus simple que le départ, il est préférable d'exposer les différentes phases dans cet ordre.

9. Dans le cas présenté, l'erreur maximale est en dessous des 10%.

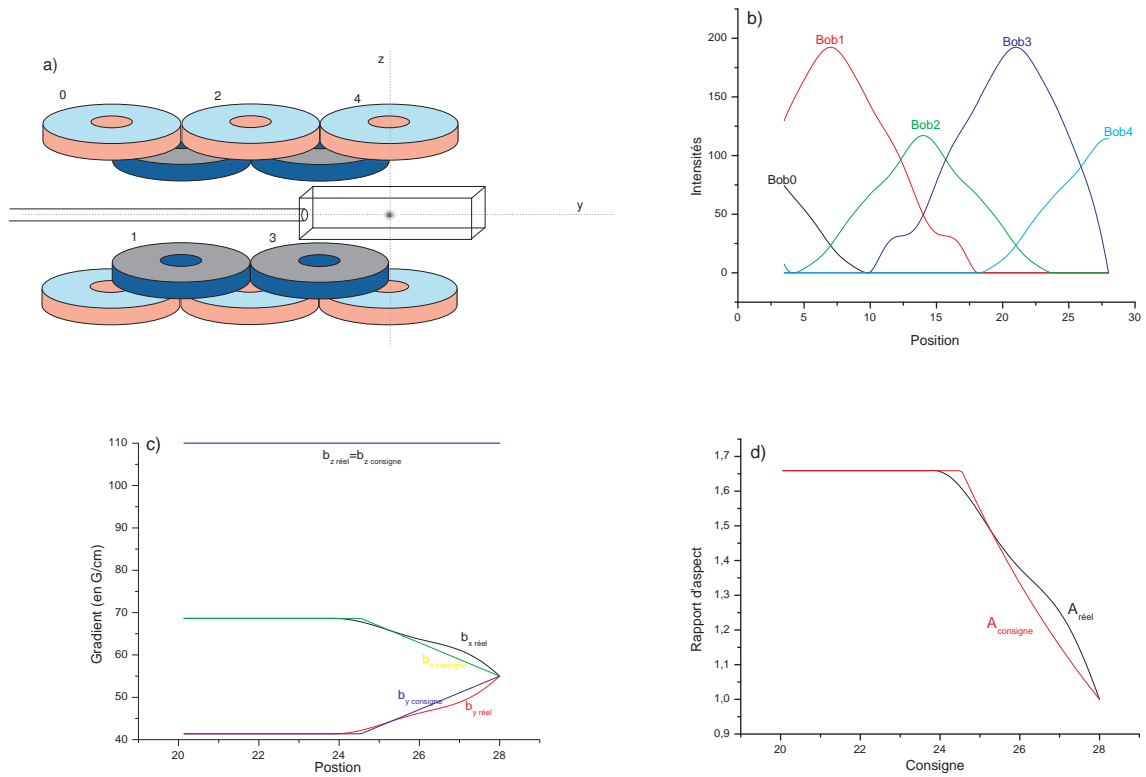


FIG. 2.8 – Etude de la fin du transport: a) Schéma général, b) Intensités dans les bobines, c) Gradients de consignes (que l'on pourrait obtenir en utilisant une cinquième paire de bobines) et gradients réels, d) Rapports d'aspect de consigne et réel.

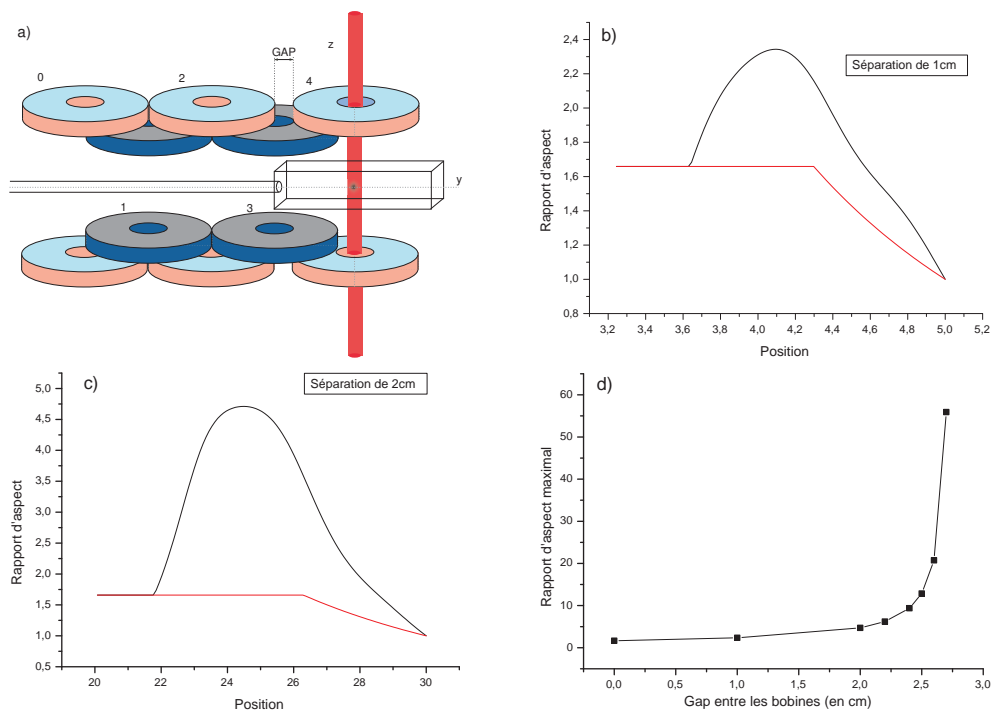


FIG. 2.9 – Etude de l'influence d'un gap entre les deux dernières paires de bobines : a) Schéma général : le gap permet de laisser passer un laser au centre de la bobine finale. b) Variation du rapport d'aspect due à un gap de 1 cm : le rapport d'aspect idéal (que l'on pourrait obtenir en utilisant une cinquième paire de bobines) et le rapport d'aspect réel sont représentés. c) Variation du rapport d'aspect due à un gap de 2 cm. d) Courbe du rapport d'aspect maximal obtenu lors de la phase d'arrivée en fonction du gap entre les deux dernières bobines.

Début du mouvement et "push coil"

En effet, la première paire de bobines de la chaîne de transport est en fait la paire de bobines du PMO : un faisceau laser assez large (de plusieurs centimètres) doit pouvoir passer à travers son centre. Ceci impose que la deuxième paire de bobines ne recouvre pas trop la première. Par conséquent, il doit exister une séparation importante entre les deux premières paires de bobines (plusieurs centimètres), séparation trop importante pour que l'on puisse se satisfaire de la méthode proposée plus haut de transport avec deux paires de bobines.

Pour compenser l'effet néfaste de l'utilisation de seulement deux bobines, il faut pouvoir jouer sur un troisième paramètre ; pour cela, on peut utiliser une "push coil", située de l'autre côté du PMO. Il s'agit d'une bobine verticale dont l'axe se confond avec l'axe de transport, et dont le rôle est de contrôler parfaitement l'initiation du transport des atomes. La figure 2.10 (b) montre les intensités à délivrer dans la push coil et dans les bobines de transport.

2.3 Vers un projet de montage

La dernière étape de mon travail a été de proposer un dispositif réaliste pour le futur montage. Précisons les contraintes techniques que le montage doit respecter :

- les intensités dans les bobines ne doivent pas dépasser 200 A,
- le gradient b_z doit être au moins de 100 G/cm,
- le fil de cuivre utilisé est un tube de cuivre creux (afin de pouvoir refroidir les bobines en faisant circuler de l'eau au sein du tube),
- les bobines doivent rester de taille raisonnable (une vingtaine de spires par bobine maximum).

A partir de ces contraintes, ainsi que des dimensions des tubes et brides du dispositif où règne le vide, on peut proposer des dimensions de bobines. Notons tout d'abord qu'il y a deux couches de bobines : une couche proche des atomes, et l'autre plus éloignée. Une configuration satisfaisante est de choisir pour la couche la plus éloignée des bobines de 20 spires, réparties en deux couches de 10 spires, de rayon minimal 2 cm, et de rayon maximal 7 cm¹⁰. Les bobines de la couche la plus proche peuvent être de la même dimension, ou comporter un peu moins de spires (14 au minimum).

Le dispositif a deux *bras* à angle droit ; les atomes vont d'abord du PMO à la croix, s'arrêtent, puis sont déplacés de la croix à la cellule. Le montage total est présenté sur la figure 2.10 (a), ainsi que les intensités à délivrer dans les bobines (b).

Il faut maintenant déterminer la dépendance temporelle que doit avoir la consigne afin de minimiser l'échauffement des atomes durant le déplacement.

10. Une description plus détaillée des bobines est donnée en Annexe A.

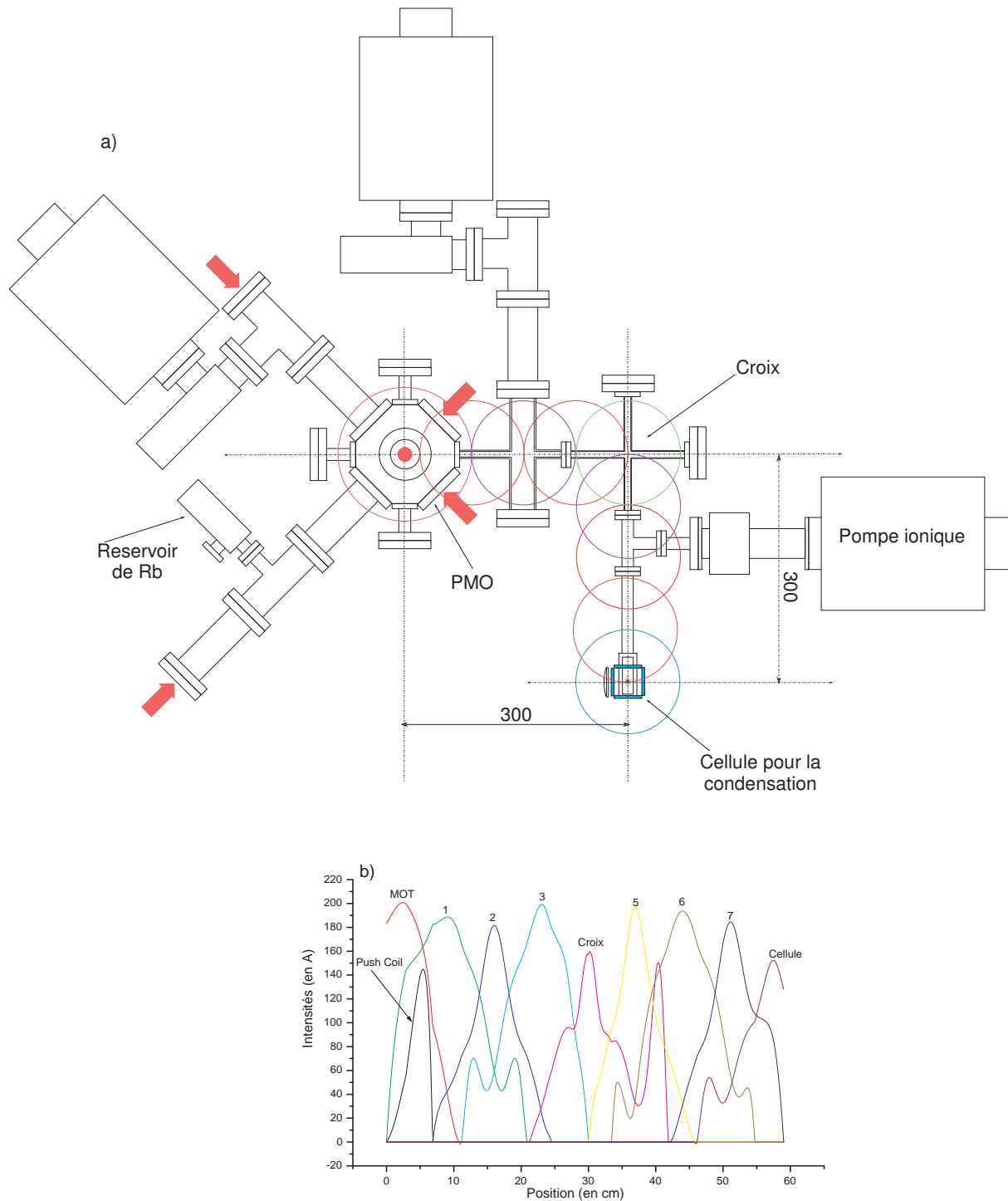


FIG. 2.10 – a) Schéma du montage expérimental de la future expérience, b) Intensités qui doivent parcourir les bobines.

Chapitre 3

Simulation de l'échauffement et temps de parcours

Considérons un nuage d'atomes dans un piège en mouvement. Il est clair que déplacer très vite le centre du piège entraîne un échauffement du nuage. Ainsi, dans le cas limite où le déplacement se fait infiniment vite et sur une distance grande comparée à celle du nuage, tout se passe comme si les atomes acquéraient d'un seul coup l'énergie potentielle du piège correspondant au déplacement total : l'échauffement est alors maximum. Dans la limite inverse, c'est-à-dire lorsque les atomes sont déplacés infiniment lentement, l'échauffement est nul. On peut espérer trouver un compromis, où le déplacement se fait en un temps raisonnable (quelques secondes dans notre cas), et où l'échauffement est faible.

Pour avoir une idée d'un temps de transport optimal, nous avons simulé le mouvement des atomes dans un piège en mouvement, et calculé le gain en énergie entraîné par le déplacement. Nous nous sommes tout d'abord intéressé au cas du transport d'un atome dans un piège harmonique afin de pouvoir réaliser les calculs analytiquement, avant d'étudier la variation d'énergie des atomes dans un piège quadrupolaire en mouvement.

3.1 Transport dans un piège harmonique

3.1.1 Cas d'un seul atome

Considérons un atome de masse m dans un piège harmonique isotrope à trois dimensions de pulsation ω_0 . On déplace le piège le long de l'axe y . Le mouvement dans les directions x et z ne sera pas affecté par le transport : le problème se ramène donc à un problème à une dimension.

Choisissons pour le mouvement du centre du piège $y_{centre}(t)$ une arche de sinus : $y_{centre}(y) = \frac{A}{2}(1 - \cos(\Omega t))$ où A est la distance totale de transport et $\Omega = \frac{\pi}{\tau}$ où τ est le temps total de transport. Il s'agit alors de résoudre l'équation :

$$\frac{d^2 y}{dt^2}(t) = -\omega_0^2 \left(y(t) - \frac{A}{2}(1 - \cos \Omega t) \right) \quad (3.1)$$

La solution se calcule analytiquement et à $t = \tau$, nous avons :

$$\begin{cases} y(\tau) = y(0) \cos \omega_0 \tau + \frac{v(0)}{\omega_0} \sin \omega_0 \tau + \frac{A}{2} \left[\frac{-1 - \left(\frac{\Omega}{\omega_0}\right)^2 \cos \omega_0 \tau}{\left(\frac{\Omega}{\omega_0}\right)^2 - 1} + 1 \right] \\ v(\tau) = -y(0)\omega_0 \sin \omega_0 \tau + v(0) \cos \omega_0 \tau + \frac{A}{2} \left[\frac{\left(\frac{\Omega}{\omega_0}\right)^2 \omega_0 \sin \omega_0 \tau}{\left(\frac{\Omega}{\omega_0}\right)^2 - 1} \right] \end{cases} \quad (3.2)$$

3.1.2 Échauffement d'un nuage d'atomes

Considérons maintenant un nuage d'atomes sans interactions placé dans le piège décrit plus haut et supposons de plus que :

- $\langle \mathbf{r}(0) \rangle = \mathbf{0}$,
- $\langle \mathbf{v}(0) \rangle = \mathbf{0}$,
- les variables \mathbf{r} et \mathbf{v} sont décorrélées¹.

On peut alors calculer la variation moyenne d'énergie des atomes entre $t = 0$ et $t = \tau$:

$$\Delta E = \frac{m\omega_0^2 A^2}{4} \left(\frac{1}{1 - \left(\frac{\omega_0 \tau}{\pi}\right)^2} \right)^2 (1 + \cos \omega_0 \tau) \quad (3.3)$$

On retrouve le fait que pour des déplacement très rapides ($\omega_0 \tau \ll 1$) la variation d'énergie tend vers sa valeur maximale : $\Delta E = \frac{1}{2} m \omega_0^2 A^2$ et que pour des déplacement très lent, $\Delta E = 0$. Comparons cette formule à une simulation numérique.

3.1.3 Simulation numérique

Pour notre simulation, nous avons choisi un nuage de 2000 atomes de Rubidium, que nous avons placé dans un piège harmonique de pulsation $\omega_0 = 200$ rad/s. Le piège est déplacé sur une distance de $A = 5$ cm en des temps qui vont de $\tau = 0.04$ s à $\tau = 0.156$ s. Pour calculer le mouvement des atomes dans le piège, on a utilisé l'algorithme de Runge-Kutta [9]. Les résultats sont portés sur la figure 3.1.

On constate un bon accord entre le calcul et la simulation : l'algorithme choisi est donc valide et pourra être utilisé pour simuler le mouvement des atomes dans un piège linéaire en mouvement. D'autre part, on remarque des oscillations amorties de ΔE en fonction de τ de période $2\pi/\omega_0$: le gain en énergie varie selon que le mouvement global est résonnant ou non avec les modes propres du piège.

1. Ces conditions sont vérifiées dans le cas où le nuage d'atomes est un nuage thermique qui suit une distribution de Boltzmann.

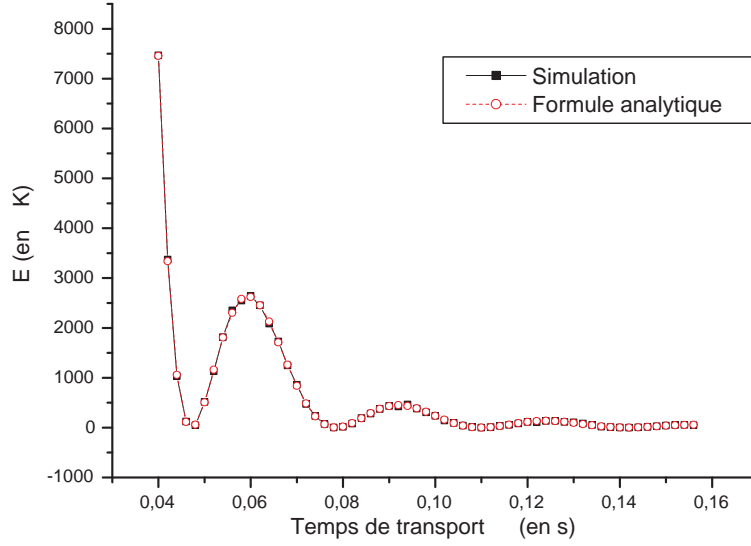


FIG. 3.1 – Variation moyenne de l'énergie d'un atome d'un nuage thermique dans un piège harmonique en mouvement.

3.2 Transport dans un piège quadrupolaire

Étudions à présent le transport d'un nuage d'atomes dans un piège quadrupolaire. Pour cela, commençons par décrire le mouvement d'un atome dans un piège statique.

3.2.1 Atomes dans un piège quadrupolaire statique

Il est important d'avoir une idée de l'ordre de grandeur des temps et distances caractéristiques d'un nuage d'atomes dans un piège quadrupolaire.

Ordres de grandeurs

Un nuage d'atomes dans un piège quadrupolaire a une taille de quelques fractions de millimètres.

Considérons à l'instant $t = 0$ un atome immobile, situé dans le plan xy d'un piège quadrupolaire d'axe z et de gradient $\frac{\partial B_x}{\partial x} = \frac{\partial B_y}{\partial y} = b$, à une distance r du centre. On peut facilement montrer que l'atome va avoir un mouvement périodique de période :

$$T = 4\sqrt{\frac{2m}{\mu b}}r \quad (3.4)$$

Pour un atome situé à 1 mm du centre, et pour un gradient de $b = 50$ G/cm, on trouve $T = 0.03$ s.

Température, énergie cinétique et énergie potentielle

On sait que dans un piège harmonique, on a $E_p = E_c = \frac{3}{2}k_bT$. Qu'en est-il dans un piège linéaire? Supposons dans un premier temps que le piège est un piège linéaire isotrope avec un potentiel: $V(\mathbf{r}) = \lambda r$. On peut alors calculer l'énergie potentielle moyenne :

$$\langle E_p \rangle = \frac{\int \lambda r e^{-\frac{\lambda r}{kT}} d\mathbf{r}}{\int e^{-\frac{\lambda r}{kT}} d\mathbf{r}} = 3kT = 2\langle E_c \rangle \quad (3.5)$$

Dans le cas d'un potentiel linéaire anisotrope, on se ramène au calcul précédent par changements de variables et on trouve le même résultat.

3.2.2 Simulation de l'échauffement des atomes dans un piège quadrupolaire en mouvement

Nous avons simulé le déplacement des atomes dans le dispositif proposé au chapitre 2 (FIG. 2.10). La position du centre du piège $y_{centre}(t)$ est un polynôme de degré 3 sur chacun des bras (FIG. 3.2 (a) et (b)). Le temps total de parcours varie de $\Delta t = 0.7$ s à $\Delta t = 1.7$ s. Pour chaque temps de parcours, nous avons simulé le transport dans deux cas différents :

- dans le cas idéal où l'on pourrait maîtriser l'évolution de tous les gradients durant les phases d'arrivée et de départ de la croix et d'arrivée dans le cellule.
- dans le cas réel où les gradients b_x et b_y ne sont pas contrôlés lors de ces différentes phases (on n'utilise alors que deux bobines pour déplacer les atomes).

L'échauffement obtenu à la fin (après une période de rethermalisation) est reporté sur la figure 3.2 (d).

Nous constatons que, comme prévu, l'échauffement dans le cas réel (utilisation de deux bobines par moment) est plus important que dans le cas idéal. D'autre part, nous obtenons un ordre de grandeur d'un temps de transport raisonnable qui mène à un échauffement faible: $\Delta t = 1.3$ s.

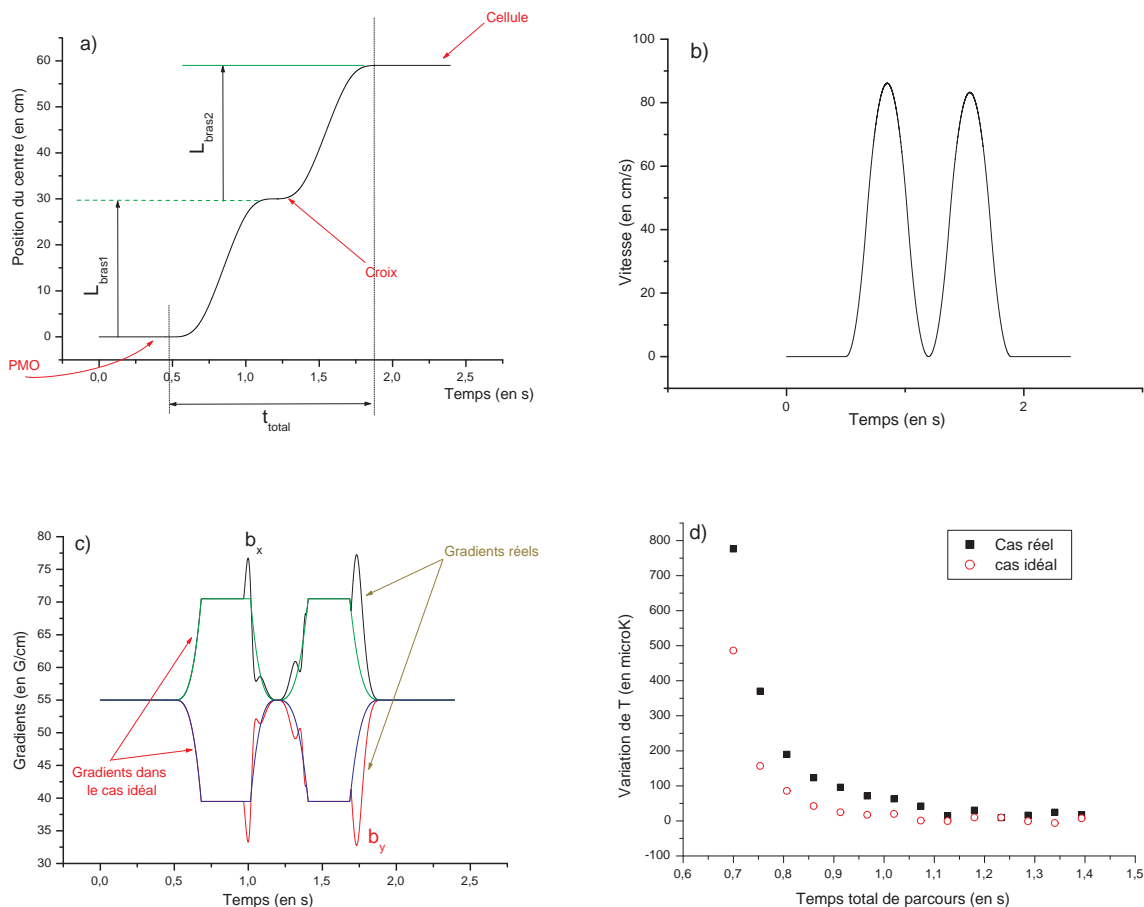


FIG. 3.2 – Etude de l'échauffement dans un piège quadrupolaire en mouvement : (a) Position du centre du piège en fonction du temps. (b) Vitesse du centre du piège en fonction du temps. (c) Gradients dans le cas idéal (utilisation systématique de trois bobines lors du transport) et dans le cas réel. (d) Échauffement en fonction du temps total de parcours.

Conclusion

Ce travail de stage se situe dans le contexte de la conception et du début de réalisation d'un nouveau montage de condensation de Bose-Einstein. Dans ce montage, il a été décidé de transporter magnétiquement les atomes du piège magnéto-optique où ils sont initialement piégés jusqu'à un piège magnétique où ils subissent la phase d'évaporation qui mène à la condensation de Bose.

Dans ce rapport, nous avons présenté les principales étapes des dispositifs expérimentaux actuels et à venir en soulignant les améliorations que propose le nouveau montage. Nous avons ensuite détaillé le travail que nous avons effectué sur le transport magnétique : après en avoir expliqué le principe, nous avons présenté un algorithme qui permet de calculer les intensités qui doivent parcourir les bobines du transport magnétique afin de garantir un transport aussi continu et adiabatique que possible. Enfin, nous avons simulé le mouvement des atomes dans le piège magnétique en mouvement, mis en évidence un échauffement consécutif au déplacement, et proposé un ordre de grandeur du temps total qui sera nécessaire au déplacement adiabatique des atomes.

La réalisation pratique du montage a déjà commencé (montage des diodes lasers, réalisation d'une bobine), et devrait s'intensifier à partir de la rentrée 2005 avec l'assemblage du système à vide. La condensation est quant à elle espérée pour le printemps 2006 : c'est alors que le travail présenté ici sera réellement validé.

Annexe A

Etude des bobines

Le but de cette annexe est de décrire les bobines que nous proposons d'utiliser pour la future expérience. Nous décrivons ici une bobine composée de deux couches de 10 spires, que nous avons réalisée en pratique et avons pu tester.

A.1 Caractéristiques physiques

A.1.1 Description générale

La figure A.1 donne les dimensions du support en PVC de la bobine. Le fil utilisé est un tube en cuivre de 3 mm de diamètre intérieur et de 4 mm de diamètre extérieur. Il est recouvert d'une gaine isolante de plastique thermo-retractable. Le rayon du tube isolé est d'environ 5 mm.

A.1.2 Résistance et inductance

Résistance

Les alimentations en courant qui seront utilisées peuvent délivrer un courant de 200 A et une tension de 0 à 15 V (et donc une puissance maximale de 3000 W). La résistance maximale qui peut être alimentée par de tels générateurs avec une intensité de 200 A est donc de $R_{max} = 0.075\Omega$. Il est important de vérifier que la résistance des bobines est inférieure à cette résistance maximale.

Le calcul théorique de la résistance donne une valeur de $R \approx 5 \times 10^{-3}\Omega$. Nous avons mesuré la résistance d'une bobine (FIG. A.2 a) et avons trouvé $R \approx 2 \times 10^{-2}\Omega$, ce qui est de l'ordre des résistances de contact. Nous sommes donc bien en dessous de la valeur limite R_{max} .

Inductance

L'inductance des bobines est également un paramètre qu'il est intéressant de connaître. En effet, durant le transport, le courant dans les bobines peut très vite varier de 0 à 200 A et il faut vérifier que la constante de temps des bobines ne sera pas un facteur limitant.

Nous avons donc mesuré l'inductance de la bobine avec un circuit RL (un circuit RLC donnerait peut être une mesure plus précise, mais est beaucoup plus compliqué à mettre en oeuvre),

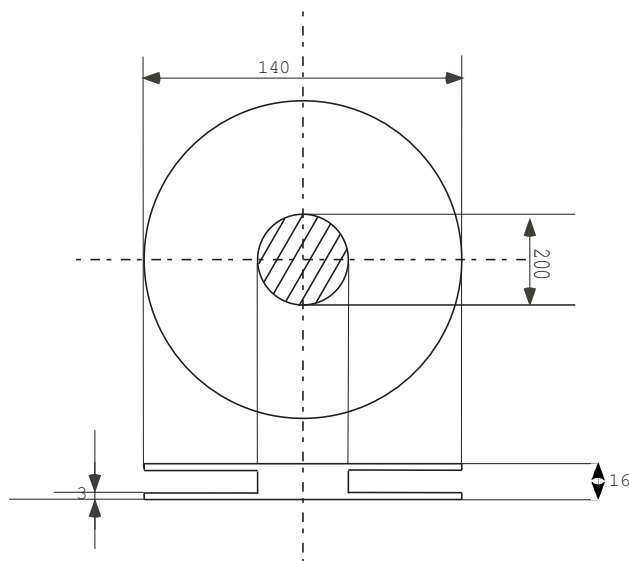


FIG. A.1 – Schéma du support en PVC d'une bobine.

composé de la bobine et d'une résistance de 47Ω . L'inductance peut être déduite en utilisant la relation $|U_L| = L\omega|I| = \frac{L\omega}{R}|U_R|$ (FIG. A.2 b). L'inductance mesurée est $L \approx 2 \times 10^{-5}$ H. La valeur nous ayant paru faible, nous avons essayé de la comparer à la valeur théorique de l'inductance d'une telle bobine. Pour calculer cette inductance, il faut calculer les auto-inductances de chaque spire, ainsi que les mutuelles entre toutes les spires. Pour avoir un ordre de grandeur, on peut simplifier le problème en imaginant que toutes les spires ont la même taille et sont confondues. A partir de la formule de l'inductance propre d'une spire [10]: $L = \mu_0 R \left[\log \left(\frac{8R}{r} \right) - \frac{7}{4} \right]$, où R est le rayon de la spire et r le rayon du fil qui constitue la bobine, on peut calculer l'inductance totale d'une bobines de N spires :

$$L = \mu_0 N^2 R \left[\log \left(\frac{8R}{r} \right) - \frac{7}{4} \right] \quad (\text{A.1})$$

Dans notre cas, on trouve $L \approx 7 \times 10^{-5}$ H. Les deux valeurs de l'inductance sont du même ordre de grandeur.

La constante de temps de la bobine est donc de $\tau = \frac{L}{R} = 1$ ms, ce qui très court comparé au temps de transport qui est de l'ordre de la seconde.

A.2 Mesure du champ créé par la bobine

Nous avons ensuite cherché à vérifier que le champ par la bobine était bien celui prédit par le programme numérique. Dans notre simulation, nous avons en effet considéré les fils comme infiniment fins et les bobines comme exemptes de défauts, et il nous a semblé utile de valider ces

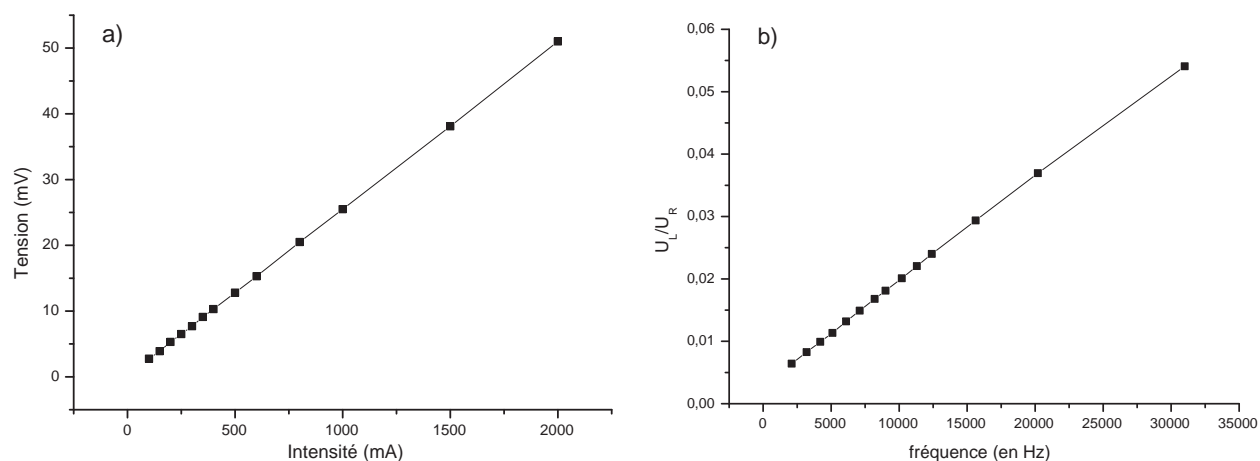


FIG. A.2 – a) Caractéristique courant-tension de la bobine, b) Mesure de l'inductance de la bobine : on vérifie $|U_L|/|U_R| = \frac{L\omega}{R}$ et on en déduit L (sachant que $R = 47\Omega$).

approximations¹. Nous avons donc mesuré le champ B_z en divers points, et constaté un très bon accord avec le champ calculé numériquement (FIG. A.3).

1. Ces approximations sont clairement valides loin de la bobines, c'est à dire lorsque la distance entre le fil et le point où l'on calcule le champ est grande devant de rayon du fil; cependant, ce n'est pas toujours le cas dans notre dispositif puisqu'il est prévu que les bobines soient parfois à moins de deux centimètres des atomes alors que le rayon des spires est de 2.5 mm.

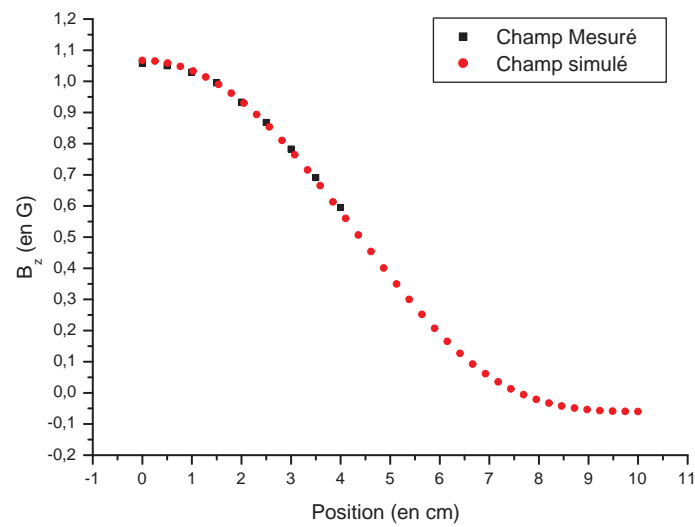


FIG. A.3 – Champ B_z mesuré et simulé en se déplaçant le long de l'axe y à une hauteur de 3.4 cm.

Bibliographie

- [1] M. H. ANDERSON, J. R. ENSHER, M. R. MATTHEWS, C. E. WIEMAN, E. A. CORNELL, *Observation of Bose-Einstein Condensation in a dilute atomic vapor*, Science, **269**, 198 (1995).
- [2] K. B. DAVIS, M.-O. MEWES, M. R. ANDREWS, N. J. VAN DRUTEN, D. S. DURFEE, D. M. KURN, AND W. KETTERLE, *Bose-Einstein condensation in a gas of Sodium atoms*, Phys. Rev. Lett. **75**, 3969 (1995).
- [3] J. DALIBARD, *Cours de DEA « Mécanique quantique » de l'ENS*.
- [4] K. W. MADISON, F. CHEVY, W. WOHLLEBEN, J. DALIBARD, *Vortex formation in a stirred Bose-Einstein condensate*, Phys. Rev. Lett. **84**, 806 (2000).
- [5] Z. HADZIBABIC, S. STOCK, B. BATTELIER, V. BRETIN, J. DALIBARD, *Interference of an Array of Independent Bose-Einstein Condensates*, Phys. Rev. Lett. **93**, 180403 (2004).
- [6] M. GREINER, I. BLOCH, T. W. HÄNSCH, T. ESSLINGER, *Magnetic transport of trapped cold atoms over a large distance*, Phys. Rev. A, **63**, 031401 (2001).
- [7] M. GREINER, *Magnetischer Transfer von Atomen ein Weg zur einfachen Bose-Einstein-Kondensation*, Diplomarbeit, Group Prof Hänsch (2000).
- [8] W. PETRICH, M. H. ANDERSON, J. R. ENSHER, E. A. CORNELL, *Stable, Tightly Confining Magnetic Trap for Evaporative Cooling of Neutral Atoms*, Phys. Rev. Lett., **74**, 3352 (1995).
- [9] W. H. PRESS, S. A. TEUKOLSKY, W. T. VETTERLING, B. P. FLANNERY, *Numerical Recipes in C*, Cambridge University Press (1992).
- [10] É. DURAND, *Électrostatique et Magnétostatique*, Masson (1953).